Б. Н. Хабибуллин (Уфа, khabib-bulat@mail.ru)

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ НЕДОПУСТИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО СИНТЕЗА

Пусть Ω — ограниченная выпуклая область на комплексной плоскости $\mathbb{C}$ и H — пространство голоморфных в Ω функций с топологией равномерной сходимости на компактах из Ω. *Замкнутое линейное подпространство* $W \subset H$ *инвариантно*, если вместе с каждой $f \in W$ оно содержит и производную $f' \in W$; W нетривиально в H, если $W \neq H$ и $W \neq \{0\}$. Инвариантное подпространство $W \subset H$ *допускает спектральный синтез* (на Ω), если линейная оболочка всех функций вида $z^n e^{\lambda z} \in W$ плотна в W. Для последовательности различных точек $\Lambda = \{\lambda_k\} \subset \mathbb{C}$, $k = 1, 2, \ldots$, без предельных точек в $\mathbb{C}$ *подпространство* $W(\Lambda)$ — это замыкание в H линейной оболочки системы $\{e^{\lambda_k z}\}$. Оно всегда инвариантно и допускает спектральный синтез. Последовательность Λ называем Ω-*неприводимой*, если при любом представлении Λ в виде объединения $\Lambda = \Lambda_1 \cup \Lambda_2$ при нетривиальных $W(\Lambda_1)$ и $W(\Lambda_2)$ в H пересечение $W(\Lambda_1) \cap W(\Lambda_2)$ *не допускает* спектральный синтез. *Задача — в терминах геометрии области* Ω *и распределения точек из* Λ *дать условия* Ω-*неприводимости* Λ. Приведем только один из результатов, основанный на [1–2]. Другой использует кривизну границы Ω и [1], [3].

Пусть $s_\Omega(\alpha, \beta)$ — длина дуги границы области Ω, заключенная между точками касания двух опорных прямых к области Ω, ортогональных направлениям соответственно $e^{i\alpha}$ и $e^{i\beta}$, а $n_\Lambda(r_1, r_2; \alpha, \beta)$ — число точек из Λ, попавших в множество $\{z \in \mathbb{C} \colon r_1 < |z| \leqslant r_2,\ \alpha \leqslant \arg z < \beta\}$. Величины

$$d_\Lambda(\alpha, \beta) = \lim_{\varepsilon \to +0} \varliminf_{r \to \infty} \frac{n_\Lambda\bigl(r, (1+\varepsilon)r; \alpha, \beta\bigr)}{\varepsilon r},\ \gamma_\Lambda = \lim_{\varepsilon \to +0} \varlimsup_{k \to \infty} \int\limits_0^{\varepsilon|\lambda_k|} \frac{n_{\lambda_k}(t) - 1}{|\lambda_k| t} dt,$$

где $n_z(t)$ — число точек из Λ в круге $\{\zeta \in \mathbb{C} \colon |\zeta - z| < t\}$, определяют *минимальную угловую плотность* и *индекс конденсации* для Λ (см. [2]).

Теорема 1. *Если* $\Lambda \supset \overline{\Gamma} = \{\overline{\gamma}_k\}$, *сопряженную к* $\Gamma = \{\gamma_k\}$ *с* $\gamma_\Gamma = 0$, *и* $2\pi d_\Gamma(\alpha, \beta) \geqslant s_\Omega(\alpha, \beta)$ *при любых* $\alpha < \beta \leqslant \alpha + 2\pi$, *то* Λ — Ω-*неприводимая.*

Исследование поддержано РФФИ (грант 03–01–00033) и фондом “Государственная поддержка ведущих научных школ” (грант НШ–1528.2003.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Красичков-Терновский И. Ф. *Инвариантные подпространства аналитических функций.* I, II. *Спектральный синтез на выпуклых областях* // Матем. сб. – 1972. – Т. 87. – № 4. – С. 459–489; Т. 88. – № 1. – С. 3–30.
2. Абанин А. В. *Распределение показателей представляющих систем обобщенных экспонент* // Матем. заметки. – 1991.– Т. 49. – № 2. – С. 3–12.
3. Marco N., Massaneda X., Ortega-Cerdà J. *Interpolating and sampling sequences for entire functions* // Geom. and Funct. Analysis. – 2003. – V. 13. – No. 4. – P. 862–914.