О ТИПЕ ЦЕЛОЙ ФУНКЦИИ ПО ЕЕ НУЛЯМ

Хабибуллин Б. Н. (Уфа)
E-mail: *Khabib-Bulat@mail.ru*
Web-site: *http://math.bsunet.ru/khb*

Пусть $\rho \in (0, +\infty)$. Для последовательности комплексных чисел $\Lambda = \{\lambda_k\}$, $k = 1, 2, \ldots$, $\lambda_k \to \infty$ при $k \to +\infty$, через $\sigma(\Lambda, \rho)$ (соотв. $\sigma^*(\Lambda, \rho)$) обозначим точную нижнюю грань чисел $\sigma > 0$, при которых Λ — последовательность (соотв. подпоследовательность) нулей для какой-либо целой функции $f \neq 0$ типа не более σ при порядке ρ. Очевидно, $\sigma^*(\Lambda, \rho) \leqslant \sigma(\Lambda, \rho)$.

Задача — *оценить* $\sigma(\Lambda, \rho)$ *сверху через* $\sigma^*(\Lambda, \rho)$.

Нетрудно показать что при *целом* ρ весьма часты ситуации, когда $\sigma(\Lambda, \rho) = +\infty$, в то время как $\sigma^*(\Lambda, \rho) < +\infty$. Таким образом, задача содержательна лишь *при нецелых* ρ. На данный момент мы можем показать, что *при* $0 < \rho < 1$ *справедливы оценки*

$$\sigma^*(\Lambda, \rho) \leqslant \sigma(\Lambda, \rho) \leqslant \frac{\Gamma\bigl(1/2 - \rho/2\bigr)}{2^\rho \sqrt{\pi}\,\Gamma\bigl(1 - \rho/2\bigr)}\,\sigma^*(\Lambda, \rho),$$

где Γ — *это классическая гамма-функция Эйлера.*

Доказательство использует симбиоз классических методов оценок подобного рода со специфическим подходом из [1] и значительно более глубокой версией метода выметания из [2].

Поддержано грантом РФФИ № 06-01-00067а.

Литература

[1] Хабибуллин Б. Н. *О типе целых и мероморфных функций* // Матем. сб. 1992. Т. 183. № 11. С. 35–44.

[2] Хабибуллин Б. Н. *Последовательности нулей голоморфных функций, представление мероморфных функций и гармонические миноранты* // Матем. сб. 2007. Т. 198. № 2. С. 121–160.